

“AULA ZERO”: CONCEITOS INICIAIS

I - “Quebra-Gelo”

Aos neófitos na matemática financeira, ou a quem já viu a matéria uma vez na vida, já há muito tempo, e ainda a quem pensa que esta disciplina é um “bicho-de-sete-cabeças”, eu digo que vocês terão uma grata surpresa: a matemática financeira é fácil. Então, tratem de colocar isso na cabeça! E se alguém estiver pensando: “o professor está blefando... essa matéria é difícil”, eu respondo que “edifício” é um prédio alto, e apenas isso!

Outra coisa que eu sempre faço questão de dizer na primeira aula: não existe dúvida “boba”. Se é dúvida, então é a coisa mais importante do mundo! Só aprende quem tem dúvida! Só aprende quem tem coragem de perguntar! Como essas aulas serão “virtual-presenciais”, então espero, sinceramente, que todos terminem o curso aptos a pegar as provas da ESAF do Auditor-Fiscal da Receita (AFRF), por exemplo, e resolvê-las todas sem maiores sacrifícios.

E tem mais: em se tratando de concurso público, não podemos ser muito modestos, não! Temos que pensar grande: “preciso fechar a prova de matemática financeira! Tenho que acertar todas as questões!” Daqui em diante, é assim que pensaremos todos nós! Ok?

É praxe minha, em sala de aula, no primeiro dia, bater esse papo com meus alunos, para quebrar um pouco o gelo, e para que todos vejam que eu sou, antes de mais nada, um amigo com quem vocês podem contar. Não há qualquer distância entre nós! Os que forem participar do nosso curso, sintam-se, portanto, todos à vontade nesta nossa grande sala. E vamos começar o jogo...!

II – Prolegômenos da Matemática Financeira

Bem! A Matemática Financeira é um ramo da matemática, em que trabalharemos com “finanças”, com valores monetários. Não encontraremos uma só questão dessa matéria em que não esteja envolvido um valor financeiro. Quando eu digo “valor financeiro”, estou querendo falar **dinheiro**. Esse “dinheiro”, esse valor monetário, pode estar representado de diferentes formas: o bom e velho “dinheiro vivo”, ou uma duplicata, uma nota promissória, um cheque, etc.

Essas últimas formas de representar os valores monetários – cheque, nota promissória, duplicata – são o que chamamos de “Títulos”. Daí, título, pra matemática financeira, é um papel que representa um valor monetário, ou seja, que representa uma quantia em dinheiro.

De qualquer modo, as quantias monetárias (\$\$) serão a essência do estudo da nossa disciplina.

“Lei Fundamental da Matemática Financeira”

A Matemática Financeira, como tudo o que se preza, segue uma Lei! Não se assuste! Não vá pensar que é uma lei ordinária ou uma lei complementar, ou coisa assim.

Trata-se apenas de uma regra, que subjuga todos os valores monetários, todas as quantias em dinheiro, que estejam envolvidos em uma questão de matemática financeira. E é a seguinte:

Na Matemática Financeira, o dinheiro nunca fica parado!

Isso significa que, se hoje eu sou uma nota de R\$50,00, amanhã já não serei apenas isso, já serei um valor maior!!

Da mesma forma, se eu hoje sou aquela mesma nota de R\$50,00, significa que ontem eu era um valor menor!

Ah!! Quer dizer que para a matemática financeira, na linha do tempo, o dinheiro corre como um rio! De forma que se eu me adianto no tempo, o valor monetário aumenta! Por outro lado, se eu retrocedo no tempo, o valor diminui! É muito simples isso, é elementar, mas é fundamental que saibamos!

A Linha do Tempo:

Veremos ao longo do curso, que o elemento “tempo” estará envolvido em todas as nossas questões! Será de nosso interesse sabermos como o dinheiro se comporta ao transcorrer do tempo!

São exemplos disso situações como as seguintes: “se eu tenho hoje uma quantia de R\$1.000,00 (mil reais), e eu a depositar numa conta de poupança de um banco qualquer, quanto eu irei resgatar (retirar, sacar) daqui a três meses?”

Vejam que o fator “tempo” está no cerne da nossa questão! Aqui, estamos pegando um valor “hoje” e o “transportando” para uma data futura (três meses após hoje!). Ora, se “o dinheiro nunca fica parado na matemática financeira”, então certamente que resgataremos na data futura um valor maior do que aquele que aplicamos (um valor maior que R\$1.000,00)!

Outro exemplo: “eu tenho uma dívida, no valor de R\$5.000,00, que tem que ser paga daqui a três meses, mas eu pretendo antecipar o pagamento dessa dívida e pagá-la hoje. Quanto terei que pagar hoje por essa obrigação?”

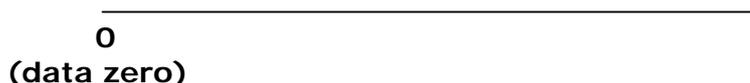
Aqui, temos a situação inversa: vamos pegar uma quantia em dinheiro que é devida numa data futura (daqui a três meses) e vamos “transportar” esse dinheiro para uma data anterior (o dia de hoje: a “data zero”). E se estamos “voltando no tempo” com o dinheiro, necessariamente que teríamos hoje que pagar um valor menor que o que era devido na data futura! Ou seja, pagaremos menos de R\$5.000,00.

Estes dois exemplos são elucidativos: servem para nos mostrar a importância do elemento “tempo” em uma questão de matemática financeira, e para entendermos como funciona a nossa “lei fundamental” !

Na resolução das questões, trabalharemos sempre com o “desenho” do enunciado. Ninguém pense que é preciso fazer desenho artístico nesse nosso curso. Basta saber traçar uma reta (que nem precisa ser perfeita)!

Em nosso “desenho” da questão, o tempo será representado por uma linha! É a “linha do tempo”. Normalmente, essa linha terá início com a data de hoje, também chamada de “data atual” ou “data zero”. Então, doravante, quando falarmos em “data atual” ou em “data zero”, estaremos nos referindo ao dia de hoje!

A linha do tempo é a seguinte:



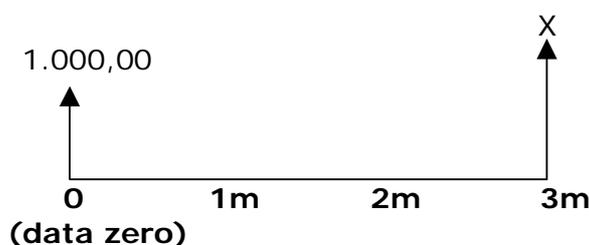
E o que se segue à data zero são as datas futuras!

Pra que serve a linha do tempo? Serve para desenharmos nela, com tracinhos verticais, os nossos valores monetários, as quantias em dinheiro, que serão fornecidas pelo enunciado da questão, colocando esses tracinhos nas datas também especificadas pelo enunciado.

Tomemos, por exemplo, os enunciados daqueles dois exemplos que criamos acima.

Exemplo 1: “se eu tenho hoje uma quantia de R\$1.000,00 (mil reais), e eu a depositar numa conta de poupança de um banco qualquer, quanto eu irei resgatar (retirar, sacar) daqui a três meses?”

Neste caso, o desenho desta questão seria o seguinte:



Ora, vamos analisar esse desenho: o enunciado fala que na data de hoje eu disponho de uma quantia de R\$1.000,00. Daí, já sabemos: data de hoje é a “data zero”, ou seja, é onde começa a “linha do tempo”.



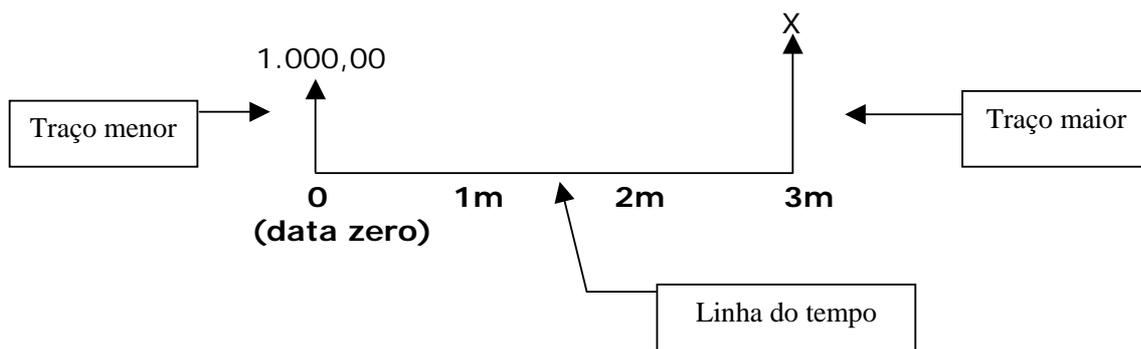
Vejamos que o valor monetário que temos hoje é esse: R\$1.000,00, o qual será representado por esta seta vertical, exatamente sobre a data zero!

Daí, o enunciado quer saber o quanto valerá essa quantia de R\$1.000,00 em uma data futura, qual seja, três meses após hoje. Portanto, desenharemos o tempo (os meses) sob a nossa linha. E teremos:



Por fim, o valor que desejamos saber na questão será traçado sobre a data 3 meses, que foi escolhida pelo enunciado.

Como não conhecemos ainda esse valor, o chamaremos apenas de "X". E, conforme aprendemos na lei fundamental da matemática financeira, se "transportarmos" um valor inicial para uma data futura, sabemos que este aumentará com o passar do tempo, de modo que o valor de "X" será, necessariamente, maior que os R\$1.000,00 iniciais. Desta forma, quando formos desenhar o X, teremos que colocar um traquinho maior que o traquinho que representava os R\$1.000,00. Teremos:



Vamos ao segundo exemplo: "eu tenho uma dívida, no valor de R\$5.000,00, que tem que ser paga daqui a três meses, mas eu pretendo antecipar o pagamento dessa dívida e pagá-la hoje. Quanto terei que pagar hoje por essa obrigação?"

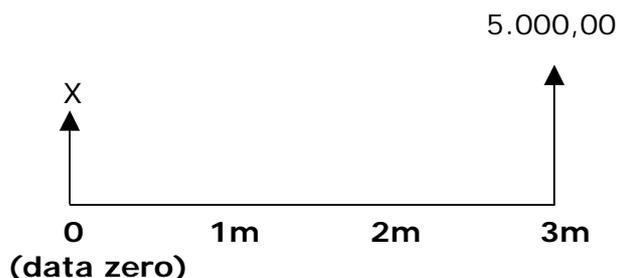
Aqui, o valor monetário que nos foi fornecido pelo enunciado (R\$5.000,00) está localizado (na linha do tempo) exatamente na data três meses! Assim, pra começar, teremos:



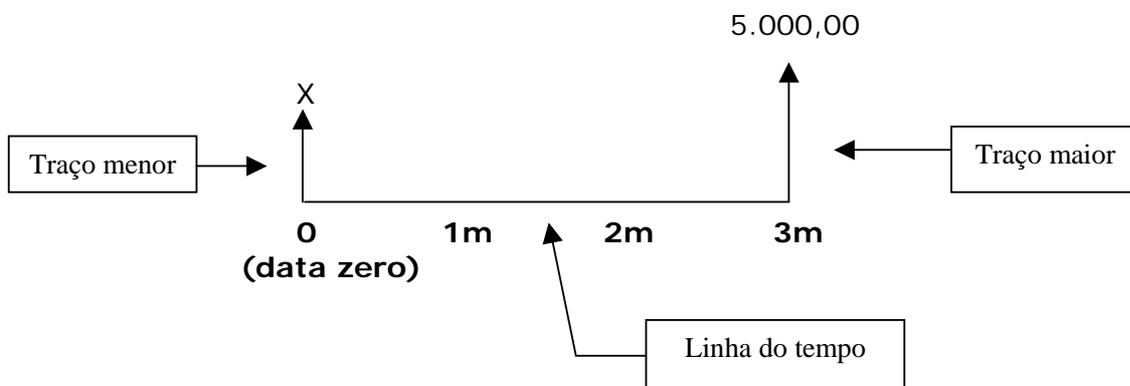
Só que a questão quer saber o quanto representaria o valor desta dívida de R\$5.000,00 se eu resolvesse pagá-la hoje! Ora, conforme aprendemos, hoje é sinônimo de data zero! Então a questão quer saber, na verdade, o quanto vale estes R\$5.000,00 na data zero.

Não sabemos ainda essa resposta, portanto, representaremos essa quantia na data zero apenas por "X".

Teremos:



Observemos que, como estamos "retrocedendo" no tempo, ou seja, como estamos recuando na linha do tempo, o valor de "X" será, necessariamente, um valor menor do que R\$5.000,00. Isso é o que nos diz a lei fundamental da matemática financeira. Por isso, o traço que representa o valor "X" deve ser menor que o que representa os R\$5.000,00. Vejamos de novo:



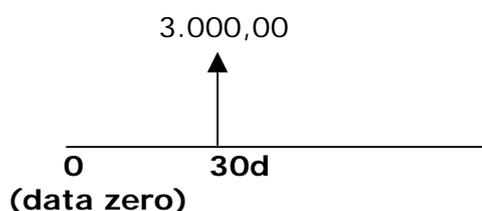
E aí? Como é que estamos até aqui? Eu não disse que era fácil?!

Eu sei que estamos ainda no começo, mas se a coisa começa fácil, garanto que vai fácil até o final. E o bom da matemática financeira é o seguinte: o assunto mais fácil é sempre o próximo! De modo que se você está acompanhando e entendendo bem o que foi dito até aqui, mais fácil então será o que está por vir!

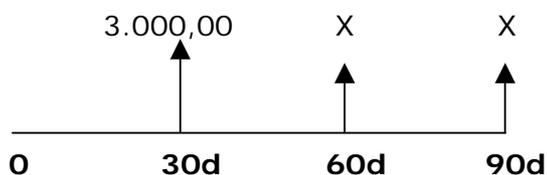
Vamos propor mais uma situação: "suponha que o João contraiu uma dívida. Ele se comprometeu com o seu credor que lhe pagaria daqui a 30 dias, uma quantia de R\$3.000,00. Ocorre que, quando chegou no dia combinado, o

João estava mais liso que barriga de nenê ensaboado! Então, João pegou o telefone e ligou para o seu credor, dizendo: 'devo, não nego! E quero pagar, só que de uma forma diferente! Agora quero pagar essa dívida em duas parcelas iguais, nas datas sessenta e noventa dias!' Ora, qual seria o valor dessas duas parcelas que João vai ter que pagar agora, para substituir a dívida original (de R\$3.000,00) que era devida (que venceria) na data 30 dias?"

Vamos desenhar esse enunciado? Seria como? Fácil! A questão nos dá o valor monetário R\$3.000,00, que é uma dívida que vencerá (ou seja, que deverá ser paga) na data 30 dias. Desenhemos, portanto os R\$3.000,00 sobre a data fornecida. Teremos:



Estes R\$3.000,00 representam a "obrigação original" do João. Ou seja, o valor da dívida a ser paga conforme havia sido tratado originalmente. Acontece que por não dispor de numerário suficiente (essa é a linguagem da prova!), o João deseja "alterar, substituir, modificar" (são todos verbos essenciais neste tipo de questão!) aquela forma original de pagamento, por uma outra forma de pagar a sua dívida. E qual é essa outra maneira de pagar sua dívida? Com duas parcelas iguais, as quais chamaremos apenas de "X" (já que são desconhecidas e iguais!), nas datas 60 e 90 dias. Nosso desenho agora será:



Pronto! Está desenhada a questão!

Alguém pode perguntar: "os tracinhos dos 'X' não teriam que ser maiores que o tracinho do R\$3.000,00?" Sabemos que o valor R\$3.000,00, em uma data futura, representaria uma quantia maior! Isso é certo! Porém, como esse valor será "quebrado" em duas parcelas (são dois valores "X") então não podemos afirmar, de antemão, que o valor de "X" será maior que R\$3.000,00. Neste caso, basta desenhar os "X" nos locais corretos, designados pelo enunciado, e está tudo certo! No final da resolução, quando calcularmos o valor exato de X, saberemos se é maior ou não que os R\$3.000,00. Ok?

Quero alertar aqui que, nesta nossa primeira aula, não estamos preocupados em APRENDER TUDO da matemática financeira. A bem da verdade, não estamos preocupados em resolver nenhuma questão da matéria, por mais fácil que seja! Nosso interesse primeiro é apenas o de sermos apresentados à disciplina! Saber do que se trata! Ter um contato inicial com o

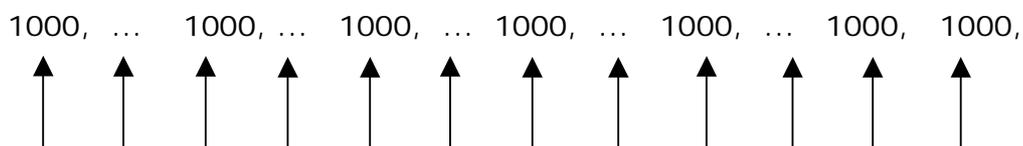
assunto e ver, **bem por alto**, alguns tipos de situação que encontraremos nas questões de prova! Portanto, ninguém se preocupe se acaso ainda não falei até aqui em Juros, ou em Desconto, ou em Equivalência de Capitais etc, etc. Ou se ainda não falei em taxas proporcionais, taxas equivalentes, taxas nominais, efetivas, reais, aparentes etc, etc, etc.

Tudo isso será devida e exaustivamente analisado, no tempo certo. Hoje é só deleite! Mas um deleite necessário e imprescindível. Se reforçarmos bem os alicerces do nosso aprendizado, tudo transcorrerá muito mais fácil.

Mais uma situação: “suponhamos que o João (aquele mesmo!) passou no concurso que tanto sonhava! Está vivendo, por assim dizer, nas nuvens! E foi nomeado, e já está trabalhando. Chegou ao fim do primeiro mês, quando, FINALMENTE, recebeu seu primeiro salário! A recompensa dos justos! Não foi moleza abdicar de tantas coisas só para estudar pro concurso...! Mas era chegada a hora da “vingança”. João estava terminantemente decidido a não fazer qualquer economia com aquele primeiro salário. Ia torrar tudo em compras, presentes (para ele mesmo, sobretudo!) e divertimentos. E assim foi! Fez e aconteceu naquele mês!

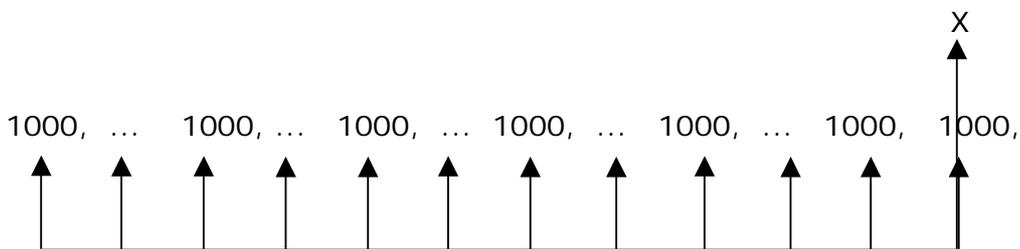
Mas, para surpresa geral, o inesperado: apesar de todos os esforços empreendidos, ao fim daquele mês, João ainda tinha R\$1.000,00 do salário em sua mão! “Um absurdo!” , pensou ele. Será que não sou capaz sequer de gastar o meu salário? “Deixa estar!” E resolveu que nesse novo mês, seria mais “competente” e torraria tudo, até o último centavo do que ganhasse! Arranjou logo duas namoradas (João era feio pra burro, mas diz a sabedoria oriental que não existe homem feio, apenas homem liso...) pra ajudar a torrar o salário! Viajou pra ilha de Fernando de Noronha com as pupilas; na volta, comprou um carro zero quilômetro, e fez mais meia dúzia de “extravagâncias”. De nada adiantou: ao fim do segundo mês, restavam ainda R\$1.000,00 do salário em sua mão! Foi aí que João se conformou com aquela situação “degradante” e resolveu que iria, doravante, em todo primeiro dia de cada mês, fazer um depósito numa conta de poupança de um banco qualquer, sempre no valor de R\$1.000,00. A questão é a seguinte: quanto o João iria ter acumulado após o décimo segundo depósito de R\$1.000,00?

Desenhando este enunciado, teríamos o seguinte:

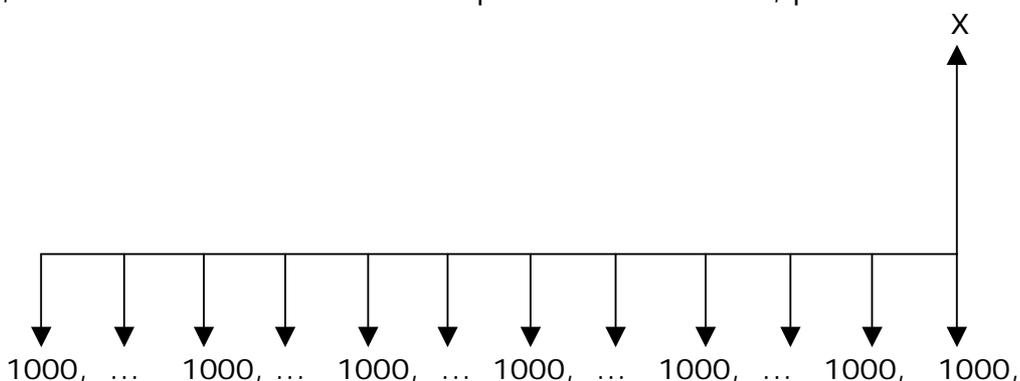


Como foram doze aplicações de R\$1.000,00, todas feitas no início de cada mês, significa que a distância de tempo entre uma aplicação e a seguinte é sempre um espaço de tempo constante (um mês, neste caso). Se a questão quer saber o resultado desta seqüência de aplicações na data da última parcela de R\$1.000,00, então chamaremos esse resultado de “X” (porque é desconhecido) e o colocaremos na data designada pelo enunciado.

Teremos:



Se quiséssemos, *apenas para efeitos didáticos*, poderíamos desenhar essa questão de uma outra forma, colocando as setas das aplicações para baixo, e deixando a seta do resultado para cima. Teríamos, portanto:



Pronto! Concluimos também o desenho deste enunciado!

Por fim, imaginemos mais uma situação: "o João (aquele nosso amigo) resolveu comprar um apartamento de luxo, na avenida Beira Mar, em Fortaleza. (Esse cara sabe mesmo o que é bom!). Ora, o valor do imóvel é de módicos R\$800.000,00 (oitocentos mil reais)! Mas o João só dispõe, hoje, de uma quantia ínfima de R\$200.000,00 (duzentos mil reais). Propôs, então, ao vendedor o seguinte: vai pagar os duzentos mil como uma entrada, e o saldo restante será quitado em vinte e quatro parcelas mensais e de mesmo valor, sendo a primeira delas paga ao final do primeiro mês após a compra. A questão perguntará qual o valor dessa prestação mensal que o João irá pagar!

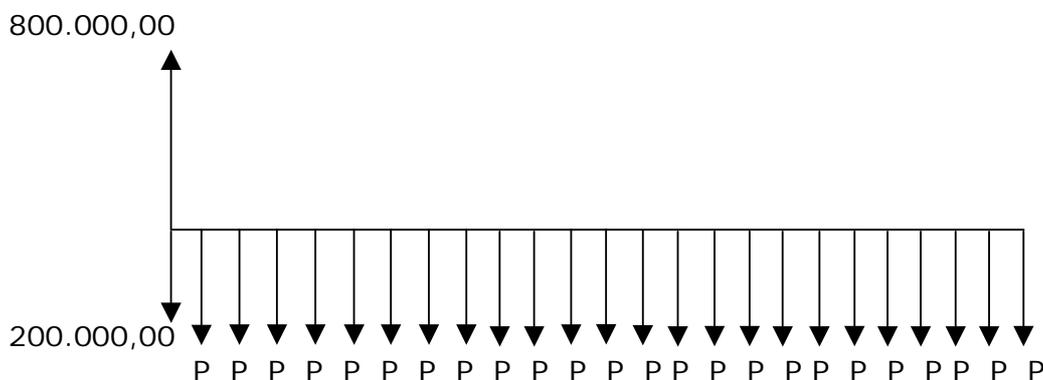
Vamos ao desenho. Quanto custa o apartamento? Custa R\$800.000,00, se for pago hoje, certo? E hoje é data zero! Então, temos na data zero, um imóvel cujo valor monetário é de R\$800.000,00. O desenho inicial será, portanto:



Ok! Agora, vamos raciocinar o seguinte: se o enunciado falou que será paga uma entrada, em que data se paga uma entrada numa compra qualquer? Ora, obviamente que se paga a entrada no dia da compra, certo? Certíssimo! Daí, também para efeitos didáticos, desenharemos o valor da entrada (assim também como os valores das parcelas mensais) com uma seta para baixo. Teremos:



E o que está faltando agora ao nosso desenho? É claro que apenas o valor da entrada não paga todo o nosso apartamento, de modo que o João “financiou” o saldo que ainda falta pagar em vinte e quatro prestações iguais! Desenhando agora as prestações, chamando-as todas de “P”, por exemplo, teremos o seguinte:



E concluímos o desenho de mais este enunciado!

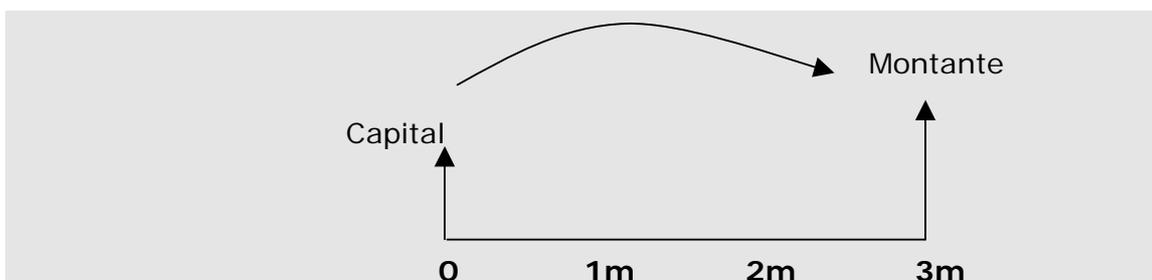
III – As Cinco Faces da Matemática Financeira de Concursos:

Pois bem! Você está até pensando que esse curso é de desenho..., mas agora vai passar a compreender melhor tudo o que foi mostrado até aqui!

Vamos aprender que a Matemática Financeira, tal como é cobrada em provas de concursos públicos, é como uma estrela de cinco pontas! Haverá, basicamente, cinco situações modelo, dentro das quais poderemos enquadrar, por assim dizer, qualquer questão de prova desta matéria. Passemos a conhecer essas “situações-padrão”:

Primeira Situação-Padrão:

Reportaremos ao primeiro exemplo aqui ilustrado (vide página 5), em que nós tínhamos uma quantia de R\$1.000,00 hoje, e desejávamos saber o quanto valeria esse dinheiro numa data futura (no caso, três meses após hoje)! E chegamos ao primeiro desenho-modelo:

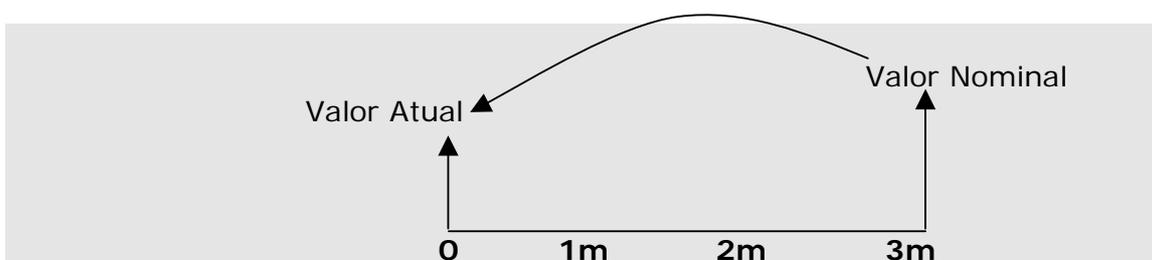


Este modelo específico de questão, apresenta a seguinte situação-padrão: dispusemos de um único valor monetário em uma determinada data (eventualmente a data zero), e queremos “projetar” esse valor inicial para uma data futura.

Quando nos depararmos com uma situação como essa, saberemos que estamos diante de uma operação de **JUROS**.

Segunda Situação-Padrão:

Voltando ao segundo exemplo apresentado (vide página 6), tínhamos uma dívida de R\$5.000,00 a ser paga daqui a três meses. Decidimos antecipar esse pagamento e quitar a dívida hoje! Eis nosso segundo desenho-modelo:



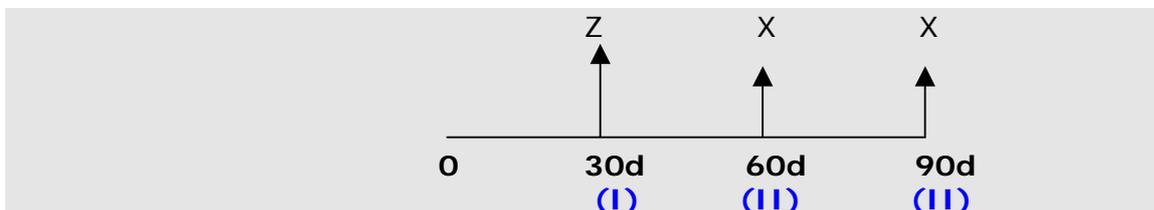
A situação-padrão acima ilustrada é a seguinte: dispomos de um único valor monetário em uma data futura, e desejamos “projetar” esse valor futuro para uma data anterior!

Estamos aqui diante de uma operação de **DESCONTO**.

Terceira Situação-Padrão:

Passemos ao terceiro exemplo que trouxemos à página oito: havia uma dívida de R\$3.000,00, que teria de ser paga em trinta dias. Deseja-se, contudo, alterar (substituir, modificar) a data originalmente combinada para este pagamento, de forma que a tal dívida venha a ser quitada nas datas

sessenta e noventa dias, com parcelas de mesmo valor. O desenho a que chegamos foi o seguinte:



O que é essencial neste tipo de questão é o seguinte: haverá uma troca, uma alteração, uma substituição, uma modificação na forma de cumprir determinada obrigação!

Neste caso, chamamos aqui de valor "Z" o valor monetário que deveria quitar a obrigação, na forma originalmente proposta, a qual chamaremos de "primeira obrigação", ou "obrigação original" (e designaremos por "(I)").

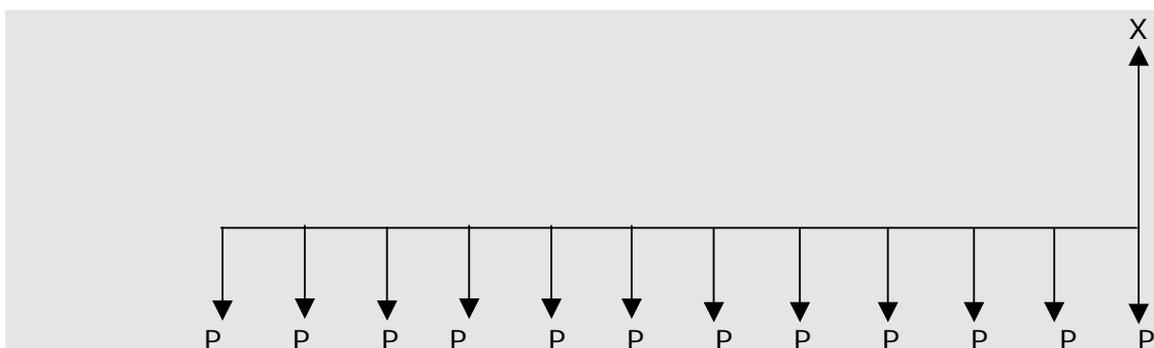
Esta "forma original de pagamento" foi substituída por outra, que no exemplo consiste em duas parcelas de mesmo valor, as quais chamamos aqui de "X", e que constituirão a nossa "segunda forma de pagamento", ou "segunda obrigação", pelo que as designaremos por (II)!

É bastante intuitivo afirmar que, se havia uma dívida e foi alterada a forma originalmente contratada para se pagar essa dívida, para que nem eu e nem o meu credor saíamos perdendo, é preciso que a segunda forma de pagamento seja **equivalente** à primeira!

Estamos, portanto, diante de uma operação de **EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS**.

Quarta Situação-Padrão:

No próximo exemplo, trazido à página 9, vimos o caso do João, aquele que não conseguia "torrar" o salário (que situação, hein?), e que resolveu fazer depósitos sucessivos e periódicos, de quantias de mesmo valor, para resgatar tudo numa data futura. O desenho desta situação foi o seguinte:



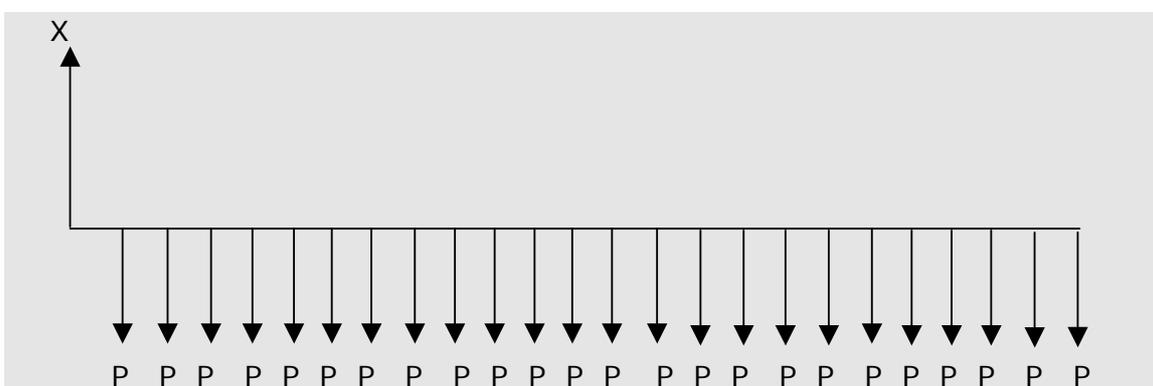
A situação-padrão aqui é a seguinte: haverá uma seqüência de depósitos de parcelas de mesmo valor, aplicadas sempre em intervalos de

tempo iguais! E se deseja conhecer o resultado de todas essas aplicações em uma data futura!

Estamos aqui diante de uma operação que poderá vir a ser chamada de **RENDAS CERTAS**, caso estejamos trabalhando em um determinado regime, sobre o qual falaremos em breve!

Quinta Situação-Padrão:

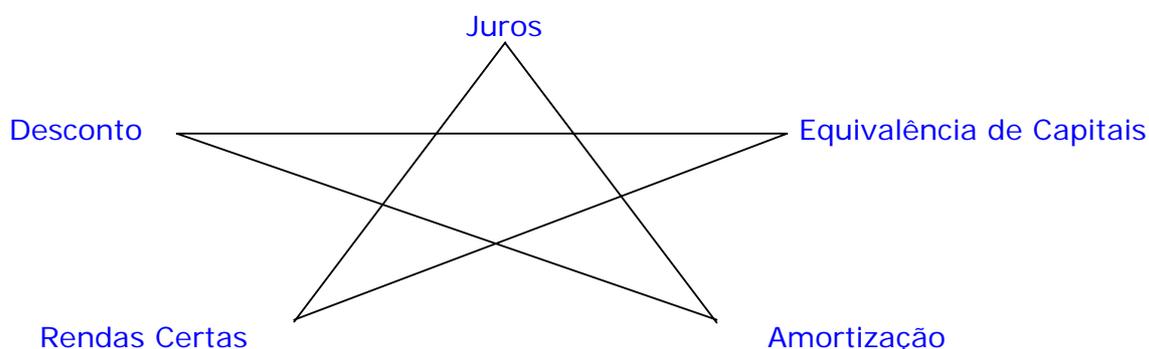
No último exemplo que apresentamos, à página 12, a situação era a de uma compra a prazo! Tínhamos uma quantia inicial, um valor monetário, que seria pago, liquidado, "amortizado", em várias prestações – sucessivas e periódicas - de mesmo valor!



Esta situação-padrão ilustra uma operação que chamaremos de **AMORTIZAÇÃO**.

A Estrela:

De uma forma simplória, destarte, podemos ilustrar a Matemática Financeira "conkursiva" como sendo esta estrela:



Os Regimes da Matemática Financeira:

Feitas essas considerações iniciais, passamos aqui a uma informação importantíssima e que nos acompanhará ao longo de todo o nosso curso.

É o seguinte: a Matemática Financeira se divide em dois grandes “blocos”, os quais chamaremos de “regimes”. Teremos, então, o “REGIME SIMPLES” e o “REGIME COMPOSTO”.

Qualquer operação de Matemática Financeira, seja ela qual for, estará necessariamente enquadrada dentro de um desses regimes.

Sabendo disso, daqui em diante, sempre que formos iniciar a resolução de uma questão de matemática financeira, nossa primeira preocupação será essa: identificar em qual dos regimes estamos trabalhando, se no regime simples ou no composto!

Isso por uma razão muito clara: quando estivermos analisando um enunciado de Juros, por exemplo, se esta operação estiver no regime simples, encontraremos uma resposta para o problema; se estiver no regime composto, a resposta será diferente! É evidente que só temos uma resposta correta na questão! Logo, se não soubermos em qual dos regimes estamos trabalhando, corremos sério risco de chegar a uma resposta errada, e perder um ponto (precioso) na nossa prova.

Se a questão é de Juros, haverá duas possibilidades: estarmos trabalhando nos Juros Simples, ou nos Juros Compostos.

Se a questão é de Desconto, haverá igualmente duas possibilidades: Desconto Simples, ou Desconto Composto.

Se a questão é de Equivalência de Capitais, novamente as duas possibilidades: Equivalência Simples ou Equivalência Composta.

Aprenderemos, ao estudar cada assunto, quais os sinais presentes no enunciado, que nos farão ter certeza de estar trabalhando em um regime ou no outro.

Só não podemos esquecer disso: temos obrigação, antes de iniciar a resolução de qualquer questão, de identificar o REGIME!

Neste nosso curso, trabalharemos a seguinte seqüência: primeiramente estudaremos o Regime Simples: operações de Juros Simples, de Desconto Simples e de Equivalência Simples!

Depois, passaremos ao Regime Composto, e estudaremos os Juros Compostos, o Desconto Composto, a Equivalência Composta, as Rendas Certas e a Amortização.

E dedicaremos a maior parte dessas aulas à resolução de questões de provas anteriores, sobretudo as de Auditor-Fiscal da Receita Federal.

Ao final, estou certo, a Matemática Financeira deixará, definitivamente, de ser um problema! Passará a ser uma vantagem para nós que ela seja exigida nos concursos!

Ficaremos por aqui, já que nosso objetivo nesta “aula zero” de hoje foi apenas apresentar-lhes, de forma totalmente despretensiosa, o que é a Matemática Financeira “concurativa” e quais os assuntos que iremos abordar, de forma minuciosa e o mais pormenorizadamente possível, no desenrolar deste curso eletrônico.

CURSOS ONLINE – MATEMÁTICA FINANCEIRA – PROF. SÉRGIO CARVALHO

Quase esqueço: os alunos que forem fazer esse nosso curso receberão, juntamente com a aula de Juros Simples, o nosso "Material de Apoio". Consiste na coletânea das cinco últimas provas de Matemática Financeira do Auditor-Fiscal da Receita Federal (AFRF).

Esse material nos acompanhará durante todo o nosso curso, de modo que devemos tê-lo sempre conosco! Ao final da última aula, teremos resolvido todas essas questões, sem exceção de nenhuma delas!

Até o início "pra valer" do curso, se Deus quiser! Um forte abraço e até lá!

Sérgio Carvalho